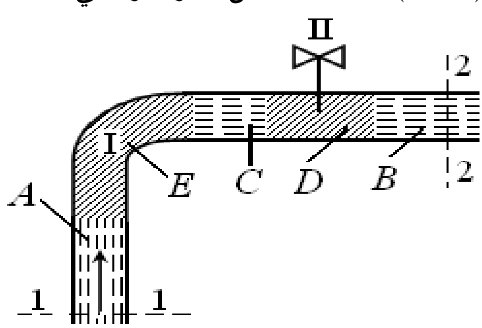
ضياع الضغط عند حركة السوائل

عند حركة السائل الحقيقي في الأنبوبة فإنه يفقد جزء من طاقته الميكانيكية للتغلب على المقاومات الهيدروليكية، وقد تمثل هذا الفقد في معادلة برنولي بالحد (h_f). ويتم التمييز بين نوعين من ضياع الضغط (ضياع الضخ) *-Head Loss-*.

a) ضياع الضغط على طول الأنبوبة (h_L) *-Friction Loss-*: حيث يتوزع بانتظام على طول الأنبوبة في حالة الجريان المنتظم وبشكل أقل انتظاماً عند التغير السلس للجريان.

b) ضياع الضغط المحلي *-Local Loss-*: حيث يحصل في بعض المناطق من الأنبوبة (كوع، صمام،....) وتحديداً عندما يحدث تشويه مفاجئ للتيار، ويرمز لهذا النوع من الضياع بالرمز (h_J).

يمثل الشكل (5.1) أنبوبة تحتوي على كوع (I) وصمام (II) مغلق قليلاً. فبالإضافة إلى ضياع الضغط على طول الأنبوبة بين المقطعين (1-1) و(2-2) -على الأجزاء (*A, B, C*)- فإنه في هذه الحالة يتواجد أيضاً نوع آخر من ضياع الضغط يدعى بضياع الضغط المحلي -على الأجزاء (*D, E*)- حيث يحصل تشوه موضعي للتيار.



الشكل (5.1)، ضياع الضغط المحلي.

في أقسام التيار حيث يتواجد ضياع الضغط على طول الأنبوبة فإن الإجهاد (τ) المتولد نتيجة لقوى الاحتكاك يتوزع بشكل منتظم، بينما في مناطق ضياع الضغط المحلي فإن الإجهاد (τ) يتوزع بشكل غير منتظم. ويكون مجموع الضياعات الطولانية والمحلية:

$$h_f = h_L + \sum h_J \qquad (5.1)$$

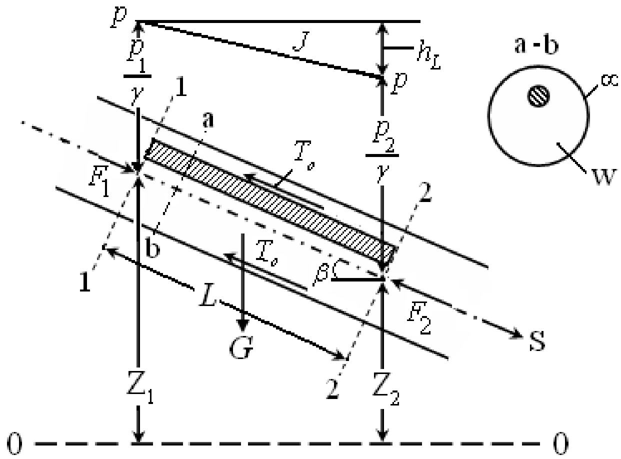
نشير في البداية إلى أن ضياع الضغط على طول الأنبوبة يحدث بسبب المقاومة الهيدروليكية (*Frictional Resistance*) التي يعبر عنها بما يسمى معامل المقاومة الهيدروليكية (λ) –*Friction Coefficient*– أما ضياع الضغط المحلي فيحدث بسبب المقاومات المحلية التي يعبر عنها بمعامل المقاومة الهيدروليكية المحلية (ξ)، وسنتناول لاحقاً تحديد هذه المعاملات.

5.1- المعادلة الأساسية للجريان المستقر (*Steady Flow*) للسوائل في المجاري المنتظمة (عمل قوى الاحتكاك الداخلي):

إذا افترضنا أن (τ_o) يمثل الإجهاد المماسي للاحتكاك بين السائل وجدار الأنبوبة فإنه عندما يكون الإجهاد ($\tau_o = const$) يكون المجرى منتظماً، وبهدف إيجاد العلاقة بين ضياع الضغط على طول الأنبوبة وقوى الاحتكاك في السائل. نوضح على الشكل (5.2) جزءاً من أنبوبة مستديرة بطول (L) يحدده المقطعان (1–1) و(2–2) ويملؤها تيار دفعي من سائل وزنه النوعي (γ)، نأخذ المحور (S) تجاه التيار في الأنبوبة.

في حالة الجريان المستقر فإن خط تدرج الضغط ($p - p$) يمثل مستقيماً مائلاً حيث يحدد مقدار هبوطه على كامل الطول (L) ضياع الضغط (h_L).

إن القوى الخارجية المؤثرة على جزء التيار المدروس (بين المقطعين (1–1) و(2–2)) تتمثل في:



الشكل (5.2)، الاحتكاك الداخلي في المجاري المنتظمة للجريانات المستقرة.

1. القوى المتمثلة بوزن السائل:

$$G = \mathrm{w} \cdot L \cdot \gamma \tag{5.2}$$

حيث w : المقطع الحي للجريان.

ويكون مسقط هذه القوة على المحور (S):

$$G_S = \mathrm{w} \cdot L \cdot \gamma \cdot \sin\beta \tag{5.3}$$

حيث β زاوية انحدار الأنبوبة عن الأفق.

من الشكل (5.2) يتضح أن:

$$L \cdot \sin\beta = Z_1 - Z_2 \tag{5.4}$$

ويكون بالتالي:

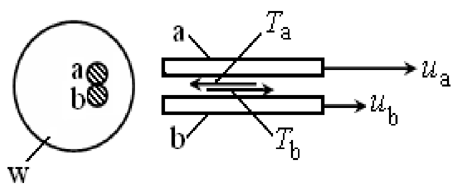
$$G_S = \mathrm{w} \cdot \gamma \cdot (Z_1 - Z_2) \tag{5.5}$$

2. قوى الضغط على مقطعي الجزء المدروس (F_1) و(F_2):

$$F_1 = p_1 \cdot \mathrm{w} \quad , \qquad F_2 = p_2 \cdot \mathrm{w} \tag{5.6}$$

حيث (p_1) و(p_2) الضغوط الهيدروديناميكية في مركزي ثقل المقطعين (1-1) و(2-2) نشير هنا إلى أن اتجاه القوى (F_1) و(F_2) متعاكس تماماً فيما بينها وحاملها ينطبق على المحور (S).

3. إن مساقط كافة قوى الضغط التي يؤثر بها جدار الأنبوبة على السطح الخارجي لتيار السائل تساوي الصفر.
4. قوة الاحتكاك على الجدار (T_o) – بين الجدار الصلب وسطح التيار– تتجه بعكس اتجاه الجريان على حامل يوازي المحور (S). وبالإضافة إلى قوى الاحتكاك (T_o) التي تعتبر قوى للاحتكاك الخارجي يمكن تمييز نوع آخر يدعى قوى الاحتكاك الداخلي (T).



الشكل (5.3).

لتوضيح مفهوم الاحتكاك الداخلي ندرس على الشكل (5.3) مقطعاً في أنبوبة التيار ونحدد عليها خطين متجاورين من خطوط التيار (a) و(b). ومن الجدير بالذكر أنه في الحالة العامة تكون سرعة خطي التيار المذكورين غير متساوية أي ($u_a \neq u_b$) وبالتالي عند حركة خط التيار (a) بسرعة كبيرة فإنه يحاول أن يسحب وراءه خط التيار المجاور (b)، وينتج عن ذلك قوة احتكاك خاص بالخط (b) مقدرة بالقوة (T_b) وتتجه باتجاه التيار وكذلك بالنسبة لخط التيار (b) الذي يجري بسرعة أقل والذي يسعى للمحافظة على هذه السرعة أي أنه يعمل على كبح سرعة خط التيار (a) عن طريق قوة المقاومة الداخلية (T_a) التي تتجه عكس اتجاه التيار. وهكذا يتضح أن قوى الاحتكاك الداخلي توجد بشكل زوجي حيث:

$$|T_a| = |T_b|, \qquad \sum T = 0$$

حيث T: قوة الاحتكاك الداخلي.

ومن المهم الإشارة هنا إلى أن عمل هذه القوى لايساوي الصفر لأن مسافات الانتقال خلال الزمن (dt) مختلفة بسبب اختلاف السرع، وهو يدخل بالإضافة إلى عمل قوى الاحتكاك مع الجدران في مجموع ضياع الضغط.

ويكون مجموع مساقط كافة القوى على المحور (S):

$$G_S + F_1 + F_2 + T_o = 0 \qquad (5.7)$$

وبتعويض المعادلتين (5.5) و(5.6) في المعادلة (5.7)، ينتج:

$$\mathrm{w}\cdot\gamma\cdot(Z_1 - Z_2) + p_1\cdot\mathrm{w} - p_2\cdot\mathrm{w} - T_o = 0 \qquad (5.8)$$

وبالتقسيم على ($\gamma\cdot\mathrm{w}$)، نحصل على العلاقة التالية:

$$(Z_1 - Z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - \frac{T_o}{\gamma\cdot\mathrm{w}} = 0$$

$$(Z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (Z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) = \frac{T_o}{\gamma\cdot\mathrm{w}} \qquad (5.9)$$

من الشكل (5.2) يتضح أن الطرف الأيسر في المعادلة (5.9) يساوي (h_L):

$$(Z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (Z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) = h_L \qquad (5.10)$$

لذلك يمكن كتابة المعادلة (5.9) على الشكل التالي:

$$h_L = \frac{T_o}{\gamma\cdot\mathrm{w}} \qquad (5.11)$$

حيث إنَّ القوة τ_o (فقط في حالة المجاري المنتظمة) تساوي:

$$T_o = \propto\cdot L\cdot\tau_o \qquad (5.12)$$

حيث إنَّ:

τ_o: الإجهاد المماسي لقوى الاحتكاك على جدار الأنبوبة.

$\propto$: المحيط المبلل.

بتعويض (5.12) في (5.11)، ينتج:

$$h_L = \frac{\propto \cdot L}{\gamma \cdot \text{w}} \tau_o \qquad (5.13)$$

$$\frac{h_L}{L} \cdot R = \frac{\tau_o}{\gamma} \qquad (5.14)$$

$$\frac{\tau_o}{\gamma} = R \cdot J \qquad (5.15)$$

حيث $R = \frac{\text{w}}{\propto}$: نصف القطر الهيدروليكي (*Hydraulic Radius*) و $J = \frac{h_L}{L}$.

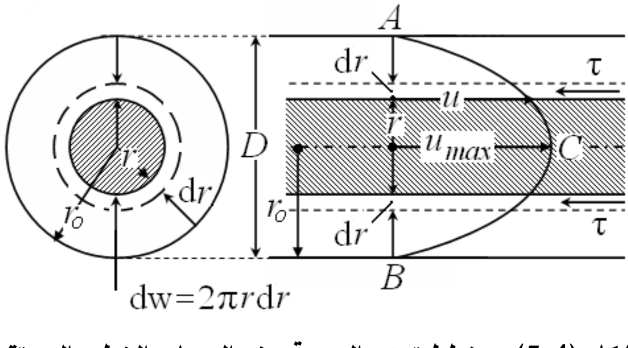
تدعى المعادلة (5.15) بالمعادلة الأساسية للحركة المستقرة للسوائل في المجاري المنتظمة، حيث ينتج منها المعادلة التي تعبر عن فاقد الضغط في المجاري المنتظمة:

$$h_L = \frac{\tau_o}{\gamma} \cdot \frac{L}{R} \qquad (5.16)$$

5.2- ضياع الضغط على طول الأنبوب (h_L)، توزع السرعة في تيار السائل عند الجريان الخطي المستقر:

5.2.1- توزع السرعة في حالة الجريان الخطي:

ندرس على الشكل (5.4) أنبوبة مستديرة نصف قطرها الداخلي (r_o) حيث يأخذ مخطط السرعة شكل المنحني (*ACB*) من أجل المقطع الحي للجريان (*AB*) ولنحاول إيجاد معادلة المنحني المذكور.



الشكل (5.4)، مخطط توزع السرعة عند الجريان الخطي المستقر.

نختار داخل الأنبوبة المذكورة جزءاً إسطوانياً مركزياً نصف قطره (r) –الجزء المهشر على الرسم–

يعطى الإجهاد المماسي لقوى الاحتكاك على طول سطح إسطوانة السائل بشكلين مختلفين:

1. بحسب معادلة الجريان المنتظم:

$$\tau = \gamma \cdot R \cdot J = \gamma \cdot \frac{r}{2} \cdot J \qquad (5.17)$$

حيث إنَّ نصف القطر الهيدروليكي للجزء المدروس:

$$R = \frac{\mathrm{w}}{\propto} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} \qquad (5.18)$$

2. بحسب قانون نيوتن:

$$\tau = \eta \left| \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \right| = -\eta \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r} \qquad (5.19)$$

حيث (η) اللزوجة الديناميكية، وأن القيمة $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}$ سالبة بسبب اختيار اتجاه (r).

وبالحل المشترك للمعادلتين (5.17) و(5.19)، ينتج:

$$\gamma \cdot \frac{r}{2} \cdot J = -\eta \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r} \qquad (5.20)$$

$$\mathrm{d}u = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma}{\eta} \cdot J \cdot r\mathrm{d}r \qquad (5.21)$$

بمكاملة العلاقة السابقة، ينتج:

$$u = -\frac{\gamma}{4 \cdot \eta} \cdot J \cdot r^2 + \mathrm{C} \qquad (5.22)$$

مع الأخذ بعين الاعتبار أن السرعة تساوي الصفر بالقرب من جدار الأنبوبة:

$$r = r_o \Rightarrow u = 0$$

عندئذ يمكن تحديد قيمة الثابت (C):

$$0 = -\frac{\gamma}{4\cdot\eta}\cdot J\cdot r^2 + \text{C} \qquad (5.23)$$

$$\text{C} = \frac{\gamma}{4\cdot\eta}\cdot J\cdot r_o^2 \qquad (5.24)$$

بتعويض (5.24) في المعادلة (5.22)، ينتج:

$$u = \frac{\gamma}{4\cdot\eta}\cdot J\cdot(r_o^2 - r^2) \qquad (5.25)$$

وهي تمثل معادلة المنحني (ACB)، حيث يمثل (J) الميل البيزومتري.

تشير المعادلة (5.25) إلى أن المنحني (ACB) يمثل قطعاً مكافئاً، وبتعويض ($r = 0$) في المعادلة السابقة نحصل على قيمة السرعة العظمى ($u_{\max}$) في مركز الأنبوبة:

$$u_{\max} = \frac{\gamma}{4\cdot\eta}\cdot J\cdot r_o^2 \qquad (5.26)$$

5.2.2- ضياع الضغط في حالة الجريان الخطي المستقر:

ندرس الجريان الدفعي في الأنبوبة الإسطوانية (الشكل (5.4)) ونأخذ التدفق عبر مساحة خاتمية صغيرة (dw) نصف قطرها الداخلي (r) والخارجي ($r + \text{d}r$) ويكون التدفق ($\text{d}Q$):

$$\text{d}Q = u\cdot\text{dw} = 2\pi\, u\, r\text{d}r \qquad (5.27)$$

حيث $\text{dw} = 2\pi\, r\text{d}r$

بتعويض المعادلة (5.25) في المعادلة (5.27)، ينتج:

$$\text{d}Q = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{\gamma}{\eta}\cdot J\cdot(r_o^2 - r^2)\cdot r\text{d}r \qquad (5.28)$$

بمكاملة العلاقة السابقة على كامل مساحة مقطع الجريان، ينتج:

$$Q = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{\gamma}{\eta}\cdot J\int_0^{r_o}(r_o^2 - r^2)\cdot r\text{d}r = \frac{\pi}{8}\cdot\frac{\gamma}{\eta}\cdot J\cdot r_o^4$$

$$Q = \frac{\pi}{128} \cdot \frac{\gamma}{\eta} \cdot J \cdot D^4 = M \cdot J \cdot D^4 \qquad (5.29)$$

حيث (M) يتعلق بنوعية السائل فقط:

$$M = \frac{\pi}{128} \cdot \frac{\gamma}{\eta} \qquad (5.30)$$

كان أول من توصل إلى المعادلة (5.29) هو الدكتور الطبيب بوازيل عام (1840)، وبالتالي تكون السرعة الوسطى:

$$\mathrm{v} = \frac{Q}{\mathrm{w}} = \frac{\frac{\pi}{128} \cdot \frac{\gamma}{\eta} \cdot J \cdot D^4}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{1}{32} \cdot \frac{\gamma}{\eta} \cdot J \cdot D^2 \qquad (5.31)$$

أو بالشكل التالي:

$$\mathrm{v} = \frac{1}{32} \cdot \frac{\gamma}{\eta} \cdot \frac{h_L}{L} \cdot D^2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{\gamma}{\eta} \cdot J \cdot r_o^2 = \frac{1}{2} u_{\max} \qquad (5.32)$$

وكما هو ملاحظ فإن:

$$h_L = 32 \cdot \frac{\eta}{\gamma} \cdot \frac{L}{D^2} \cdot \mathrm{v} \qquad (5.33)$$

من المعادلة (5.33) يلاحظ أن ضياع الضغط بالاحتكاك عند الجريان الخطي يتصف بمايلي:

1) يتعلق بمواصفات السائل (اللزوجة والوزن النوعي).
2) يتناسب طرداً مع السرعة الوسطى في أسها الأول.
3) لايتعلق بخشونة جدار الأنبوبة.

في حالات كثيرة يعطى فاقد الضغط بالاحتكاك (h_L) في حالة الجريان الخطي في أنبوبة إسطوانية على الشكل التالي:

$$h_L = 32 \cdot \frac{\eta}{\gamma} \cdot \frac{\mathrm{v}}{D^2} \cdot L = 32 \cdot \frac{\upsilon}{D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\mathrm{v}}{g} \cdot \frac{2\mathrm{v}}{2\mathrm{v}}$$

$$h_L = 64 \cdot \frac{\upsilon}{\mathrm{v} \cdot D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\mathrm{v}^2}{2g} \qquad (5.34)$$

ومنه نحصل على معادلة دارسي فيسباخ (*Darcy Weisbach Formula*) التالية:

$$h_L = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\mathrm{v}^2}{2g} \qquad (5.35)$$

حيث يكون في الجريان الخطي:

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} \quad , \qquad \mathrm{Re} = \frac{\mathrm{v} \cdot D}{\upsilon} \qquad (5.36)$$

حيث (λ): معامل المقاومة (الاحتكاك) الهيدروليكية.

يلاحظ من المعادلة (5.36) أن (λ) تتعلق –عند الجريان الخطي– فقط بالسرعة (v) التي تدخل في عدد رينولدز، أي:

$$\lambda = f(\mathrm{Re})$$

يمكن التعبير عن فاقد الضغط على امتداد طول الأنبوبة بواحدات الضغط وذلك بضرب طرفي المعادلة (5.35) بالوزن النوعي (γ) للسائل:

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\mathrm{v}^2}{2} \rho \qquad (5.37)$$

حيث إنَّ:

Δp : فاقد الضغط بين نقطتي القياس، (pa).

h_L : فاقد الضغط (الضخ)، (m).

λ : معامل المقاومة الهيدروليكية.

D : قطر الأنبوب، (m).

L : المسافة بين نقطتي القياس، (m).

v : السرعة المتوسطة لحركة السائل، (m/s).

ρ : كثافة السائل، (Kg/m^3).

5.2.3- توزع السرعة في حالة الجريان المضطرب:

يتصف مخطط السرعة عند الجريان المضطرب بأنه بالقرب من الجدار، في حدود مقطع الجريان –الخط (AB) في الشكل (5.5)– يلاحظ ازدياد واضح في السرعة، كما يلاحظ أنه بالابتعاد عن الجدار تتغير السرعة (تزداد) قليلاً.

يمكن عن طريق تلوين السائل المتحرك ملاحظة أن السائل ينتقل من الجزء المركزي للتيار إلى السطح، وعلى العكس فإن السائل ينتقل من الحدود الخارجية للتيار (بطاقة حركية قليلة) إلى مركز التيار. ونتيجة لهذا التوزع المضطرب للسرعة على كامل مقطع الجريان، يلاحظ أنه في القسم الأوسط من التيار يكون توزع السرعة أكثر انتظاماً في الجريان المضطرب منه في حالة الجريان الخطي.

فلو كانت في حالة الجريان الخطي لسائل ما في أنبوبة إسطوانية ($\mathrm{v}/u_{\max} = 0.5$) حيث ($u_{\max}$) السرعة في مركز الأنبوبة فيكون في حالة الجريان المضطرب لذلك السائل وفي نفس الأنبوبة ($\mathrm{v}/u_{\max} = 0.7 \div 0.9$) –تزداد هذه النسبة بازدياد عدد رينولدز (Re) وهي تتعلق بخشونة الجدار– ومن جهة أخرى وحسب أبحاث براندل (*Prandtl*) فإنه في حالة الجريان الخطي تكون سرعة الجزيئات السائلية عند جدران الأنبوبة تساوي الصفر.

بناء على ما تقدم فقد اعتبر أنه بالقرب من جدار المجرى توجد طبقة رقيقة من السائل سماكتها (δ) تكون السرعة فيها قليلة حيث تكون الحركة في حدود هذه الطبقة قريبة من الخطية، تدعى هذة الطبقة بالغشاء الطبقي أو الغشاء اللزج (*Viscous Sublayer*) حيث سماكتها صغيرة جداً تتراوح من جزء من مئة أو من ألف من عمق التيار أو من قطر الأنبوبة. مع زيادة عدد رينولدز تقل سماكة الغشاء الطبقي ويمكن أن تتحدد من المعادلة:

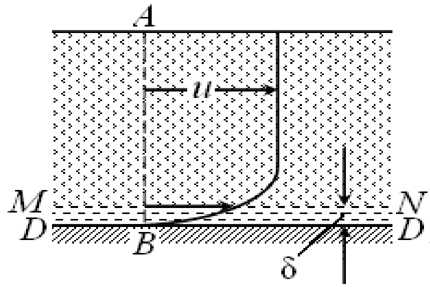
$$\delta = \frac{300\,\upsilon}{\mathrm{v}} \qquad (5.38)$$

حيث إنَّ:

υ : معامل اللزوجة الحركية.

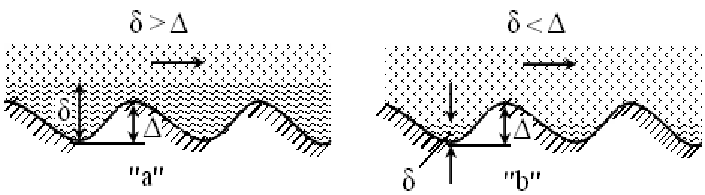
v : السرعة المتوسطة.

يوضح الشكل (5.5) سماكة الغشاء الطبقي (الخطي). الرسم مكبر جداً للإيضاح.



الشكل (5.5)، مخطط توزع السرعة في الجريان المضطرب، (δ) سماكة الغشاء الطبقي.

يتميز السطح الداخلي للأنابيب بعدم استوائه ولذلك فهو ليس مطلق الملاسة، ولتقييم عدم استواء جدران الأنبوبة ندخل مفهوم خشونة الجدار (*Wall Roughness*)-.



الشكل (5.6)، خشونة الجدار (a- جدار أملس، b- جدار خشن).

يسمى الارتفاع المتوسط لبروزات عدم الاستواء (Δ) بالخشونة المطلقة (*Absolute Roughness*) للجدران، وحسب العلاقة بين قيم سماكة الغشاء الطبقي (δ) والخشونة المطلقة (Δ) للجدار يتم التمييز عند نظام الجريان المضطرب (الشكل 5.6) بين مايلي:

- جدران ملساء هيدروليكياً (*Hydraulically Smooth Walls*)، عندما تكون ($\delta > \Delta$) حيث تختفي بروزات الخشونة داخل الغشاء الطبقي وقد اتضح في هذه الحالة أن ضياع الضغط بالاحتكاك (h_L) لايتعلق بخشونة الجدار.
- جدران خشنة هيدروليكياً (*Hydraulically Rough Walls*)، عندما يكون ($\delta < \Delta$)، في هذه الحالة فإن بروزات الخشونة لاتتغطى، مما يؤدي إلى إثارات إضافية للتدفق تؤثر على قيمة فاقد الطاقة عند حركة السائل، في هذه الحالة لوحظ أن (h_L) تتعلق بخشونة الجدار.

أثناء حركة السائل يلاحظ أنه تبعاً لقيمة عدد رينولدز، يمكن أن تعمل الأنبوبة الواحدة كأنبوبة ملساء هيدروليكياً (عند القيم الصغيرة لعدد رينولدز) وخشنة هيدروليكياً (عند القيم الكبيرة لعدد رينولدز).

أما عن المعادلات التي تصف توزع السرعة في المقطع الحي للجريان عند نظام الجريان المضطرب (الشكل 5.7) فقد اقترحت عدة علاقات رياضية اعتمدت جميعها على أبحاث نظرية وتجريبية. في عام (1921) اقترح العالم كارمن (*Kármán*) العلاقة التالية من أجل الأنابيب الملساء:

$$u = u_{\max}(1 - \frac{r}{r_o})^{\frac{1}{m}} \qquad (5.39)$$

حيث إنَّ:

r_o : نصف قطر الأنبوبة.

r : بعد نقطة قياس السرعة عن مركز المقطع الحي للجريان.

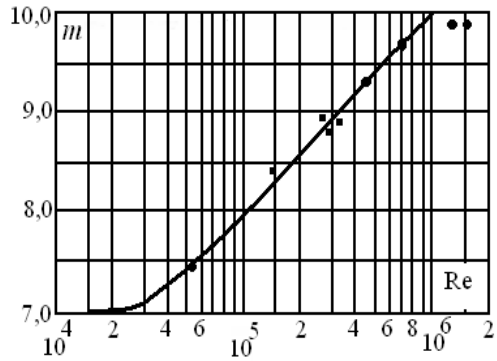
m : معامل يتعلق بعدد رينولدز (الشكل 5.8).

$u_{\max}$: السرعة في مركز الأنبوبة.

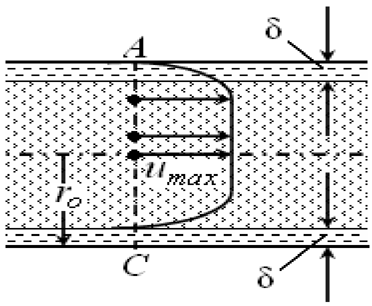
في عام (1956) أثبت العالم ألتشول أن العلاقة (5.39) صحيحة ليس فقط من أجل الأنابيب الملساء هيدروليكياً وإنما من أجل الأنابيب الخشنة هيدروليكياً (أي

من أجل كامل مجال الجريان المضطرب) وذلك فيما لو تم حساب المعامل ($\frac{1}{m}$) من المعادلة التالية:

$$\frac{1}{m} = 0.9 \cdot \sqrt{\lambda} \qquad (5.40)$$



الشكل (5.8)، مخطط تجريبي لتعيين قيمة (m) في المعادلة (4.39).



الشكل (5.7)، توزع السرعة في أنبوبة دائرية المقطع عند الجريان المضطرب.

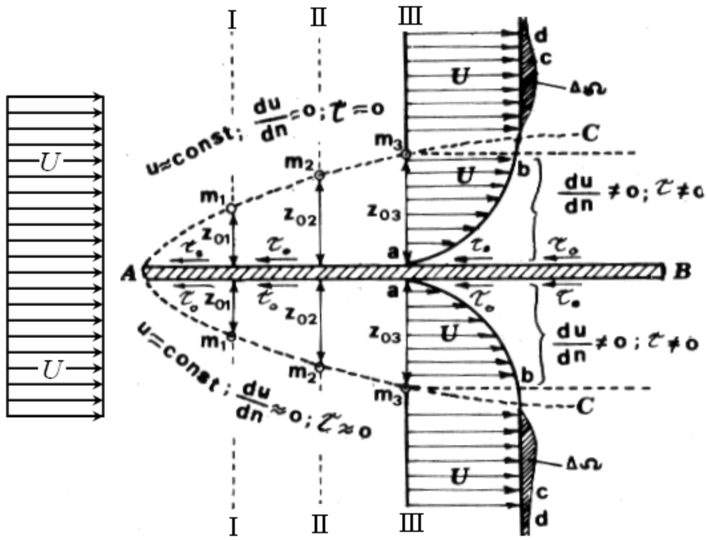
5.3- الطبقة الحدية (*Boundary Layer*):

نتصور على الشكل (5.9) صفيحة أفقية (AB) بطول كاف، غير متحركة موضوعة وسط تيار السائل، ولندرس جريان السائل حول الصفيحة المذكورة. نفترض أن السائل يصل إلى الصفيحة من الطرف الأيسر، وأن توزع السرعة في المقطع العمودي (0-0) ثابت ($u = const$).

عند جريان السائل فوق الصفيحة (AB) فإنه يتلقى عند سطح الصفيحة الإجهاد المماسي للاحتكاك (τ_o) الذي يكبح السرعة والتي تساوي الصفر عند جدار الصفيحة. بدراسة بعض المقاطع العمودية على الجريان (المقطع (III-III) مثلاً) يلاحظ أنه وبسبب تأثيرات الكبح المنوه عنها أعلاه فإن مخطط توزع السرعة (u) على السطح العلوي للصفيحة يحدده المنحني (abcd) —مع إهمال مساحة صغيرة جداً ($\Delta\Omega$) من مساحة توزع السرعة، التي تتشكل بسبب إعادة بناء خطوط التيار-.

وبالتالي فإنه في حدود المسافة التي تتميز بسماكة (Z_{o3}) – انظر الرسم، القسم العلوي الذي يتميز بالمقطع (am_3)- تتغير السرعة بشكل كبير، أما خارج حدود هذا القسم فإن السرعة (u) ستتغير ولكن بشكل قليل جداً بحيث يكون فيها:

$$\frac{du}{dn} \approx 0 , \qquad \tau = 0$$



الشكل (5.9)، الطبقة الجدارية الحدية بسماكة (Z_o).

التي تظهر حول الصفيحة الثابته (AB)، انظر القطاع(ACB) العلوي والسفلي.

تتكرر الصورة السابقة أيضاً في جميع المقاطع العمودية المختلفة كمثال المقطع (I) والمقطع (II) مع اختلاف أن (Z_o) تختلف من مقطع لآخر.

$$Z_{o1} < Z_{o2} < Z_{o3}$$

بأخذ مقاطع عديده وتحديد قيم (Z_o) يمكن رسم المنحني (AC) الذي يفصل بالقرب من سطح الصفيحة طبقة من السائل تدعى الطبقة الحدية الجدارية وتتميز بمايلي:

1. تزداد سماكة الطبقة (Z_o) على طول الصفيحة.
2. يأخذ كل من الإجهاد (τ) وتدرج السرعة ($\frac{du}{dn}$) قيماً أكبر من الصفر.

3. خارج حدود الطبقة يكون تغير كل من (τ) و($\frac{du}{dn}$) صغيراً جداً لدرجة يمكن إهماله واعتبار أن السائل الجاري سائل مثالي.

بعد انضمام الطبقة الحدية والتقائها عند مركز التيار، يبدأ منحني السرعة بالتشكل حيث يصل شكله النهائي بعد أن يكون السائل قد اجتاز الطول (L_2) من الأنبوبة. وعليه يدعى الطول ($L_H = L_1 + L_2$) مسافة تشكل الطبقة الحدية (أو مسافة البدء الأولية للأنابيب). ويتميز هذا الجزء بأن الحركة تكون فيه غير منتظمة. ولهذا السبب يوصى بعدم قياس الضغط في هذا الجزء درءاً للوقوع في الخطأ.

يعطى الطول الابتدائي (L_H) عند الجريان المضطرب في أنبوبة دائرية المقطع قطرها (D) بالعلاقة:

$$L_H = (25 \div 50) \cdot D$$

ومن الجدير بالذكر أن الطبقة الحدية توجد حتى عند الجريان الخطي.

5.4- ضياع الضغط على طول الأنبوبة (h_L) عند الجريان المضطرب:

تظهر التجارب أنه يمكن التعبير عن القيمة ($\frac{\tau_o}{\gamma}$) بدلالة ارتفاع السرعة على الشكل التالي:

$$\frac{\tau_o}{\gamma} = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad (5.41)$$

حيث $\frac{\lambda}{4}$: ثابت تناسب.

بمقارنة العلاقتين (5.15) و(5.41)، ينتج:

$$R \cdot J = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad (5.42)$$

وباعتبار أن ($J = \frac{h_L}{L}$) نحصل على معادلة عامة لتحديد ضياع الضخ على طول الأنبوبة:

$$h_L = \lambda \frac{L}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad (5.43)$$

حيث إنَّ:

L : طول التيار:

R : نصف القطر الهيدروليكي.

من أجل الأنابيب المستديرة يكون ($D = 4R$) وبالتالي تصبح المعادلة السابقة على النحو التالي:

$$h_L = \lambda \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \qquad (5.44)$$

تدعى هذه المعادلة بمعادلة دارسي- فيسباخ من أجل الجريان المضطرب وهي تتطابق تماماً مع المعادلة (5.35) من أجل الجريان الخطي. المعامل (λ) في المعادلة (5.44) يمثل معامل المقاومة الهيدروليكية.

ساد الاعتقاد في البداية عند عدد كبير من العلماء أن معامل المقاومة الهيدروليكية في المعادلة (5.44) عبارة عن قيمة ثابته، ثم بعد ذلك بفترة وجيزة وضعه علماء آخرون في علاقات مع السرعة المتوسطة أو القطر وأخيراً توصل بعض المؤلفين إلى علاقات تربط بين المقاومة الهيدروليكية (λ) وبين خشونة الأنابيب.

إن مثل هذه العلاقات، بشكل عام، تعتبر غير دقيقة في الوقت الراهن، حيث اعتمدت علاقات أكثر دقة تربط بين المقاومة الهيدروليكية (λ) وكل من عدد رينولدز وخشونة الأنابيب.

يمكن إيجاد قيمة بين المقاومة الهيدروليكية (λ) في حالة أنبوبة إسطوانية عند الجريان الخطي والمضطرب وذلك بمعرفة معادلة توزع السرعة في مقطع الجريان، فالمعادلة (5.44) يمكن أن تكتب بالشكل:

$$\lambda = \frac{h_L}{L} \cdot D \frac{2g}{v^2} = J \frac{D}{4} \cdot g \frac{8}{v^2} \qquad (5.45)$$

أو بالشكل التالي:

$$\lambda = JR \cdot g \frac{8}{v^2}$$

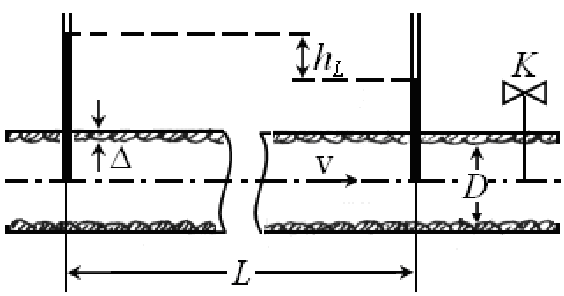
في عام (1932) توصل العالم براندل إلى المعادلة التالية لحساب (λ) في حالة الجدار الأملس للأنبوبة:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log(\text{Re}\sqrt{\lambda}) - 0{,}8 \qquad (5.46)$$

وفي عام (1913) كان قد توصل العالم بلازيوس (*Blasius*) بعد تحليل نتائج عدد كبير من التجارب إلى صحة استخدام المعادلة التالية عند جريان السوائل في الأنابيب الملساء وعند قيم رينولدز ضمن المجال ($4000 \div 100\,000$):

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \qquad (5.47)$$

وقبل أن نستعرض أهم المعادلات المعتمدة في حساب (λ) من أجل الجدران الخشنة، لابد من استعراض أبحاث نيكورادسي (*Nikuradse*) حول ضياع الضغط بالاحتكاك. فالشكل (5.11) يوضح أنبوبة قطرها (D) مزودة بأنبوبتين بيزومتريتين البعد بينهما (L) ويوجد في نهاية الأنبوبة صمام يسمح بتغير السرعة، حيث من الممكن عند كل سرعة (في حالة الجريان المستقر) تحديد ضياع الضغط بالاحتكاك (h_L) وذلك على الطول المدروس من الأنبوبة (L).



الشكل (5.11)، مخطط تجربة نيكورادسي.

يمكن التعبير عن (λ) بالاعتماد على المعادلتين (5.44) و(3.83) كمايلي:

$$\lambda = \frac{h_L}{L} \cdot 2g \frac{D^3}{\upsilon^2} \cdot \frac{1}{\text{Re}^2} \qquad (5.48)$$

وبالتالي بعد تحديد العوامل (h_L)، (v) و(υ) تجريبياً يتم حساب (λ) حيث:

$$\lambda = f(\text{Re})$$

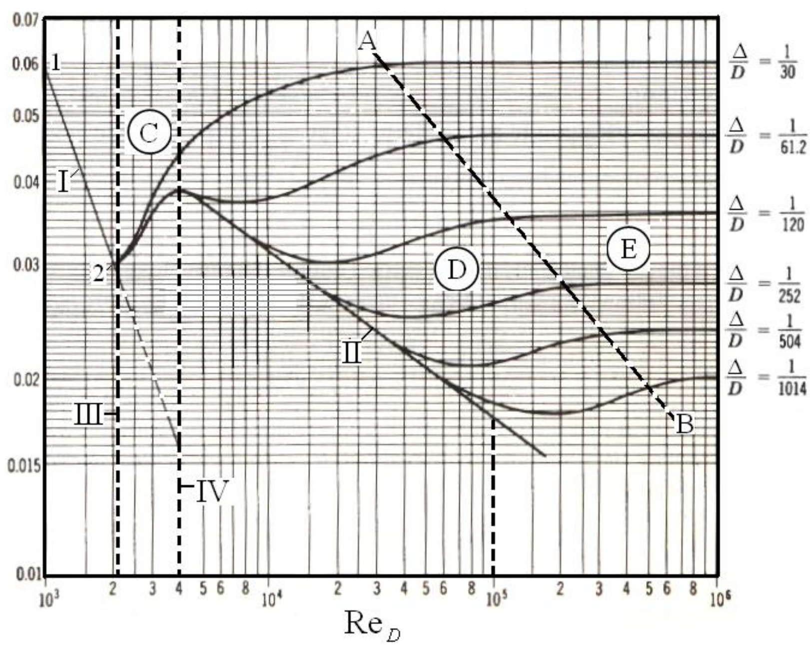
بعد إجراء عدد كبير من التجارب بحث نيكورادسي عام (1933) الجريان الدفعي في أنبوبة دائرية المقطع حيث قام بتغيير الخشونة المطلقة للأنبوبة صناعياً عن طريق لصق رمال متساوية الارتفاع (Δ) على أبعاد متساوية على سطح المجرى، وقد مثل تجاربه على شكل مجموعة من الخطوط البيانية (الشكل 5.12) التي تربط بين المقاومة الهيدروليكية (λ) وعدد رينولدز (Re) وذلك عن طريق معامل الخشونة النسبية للجدار:

$$\Delta_r = \frac{\Delta}{D} \qquad (5.49)$$

حيث إنَّ:

Δ : الخشونة المطلقة لجدار الأنبوبة مم .

D : قطر الأنبوبة مم .



الشكل (5.12)، مخطط نيكورادسي (منحنيات $\lambda = f(\text{Re})$ وذلك من أجل قيم مختلفة للخشونة النسبية Δ_r).

من الشكل (5.12) يمكن ملاحظة مايلي:

1. إن معامل المقاومة الهيدروليكية (λ) الذي يدخل في المعادلتين (5.43) و(5.44) يتعلق بشكل عام بالخشونة النسبية (Δ_r) وبعدد رينولدز (Re).
2. هناك بعض الحالات الخاصة لجريان السائل حيث يتعلق عندها المعامل إما بـ (Δ_r) فقط أو بـ (Re) فقط.

وبشكل عام يقسم مخطط نيكورادسي إلى ثلاث مناطق:

المنطقة الأولى: منطقة الجريان الخطي (*Laminar Flow Zone*) متمثلة بالقسم المستقيم (1-2) الذي يمثل معادلة ستوكس ($Stokes(\lambda = \frac{64}{\text{Re}})$) فجميع الخطوط البيانية التجريبية للعلاقة ($\lambda = f(\text{Re})$) من أجل قيم مختلفة لـ (Δ_r) تتوافق مع القطعة المستقيمة (1-2). وفي هذه المنطقة نميز مايلي:

1) لاتتجاوز قيم عدد رينولدز القيمة الحدية ($\text{Re}_c = 2320$)، ولكن في بعض الظروف الاستثنائية تفقد الجملة توازنها ويحدث مايسمى بظاهرة "الاضطراب المبكر" أي أن الاضطراب يحدث قبل عدد رينولدز الحدي.
2) لايتعلق ضياع الضغط بالاحتكاك (h_L) بخشونة سطح الأنبوب.
3) يتناسب فاقد الضخ طرداً مع السرعة في أسها الأول (أي $m = 1$) في المعادلة (5.39).

المنطقة الثانية: تحددها المنطقة المهشرة المحصورة بين العمودين (III) و(IV) وتدعى بالمنطقة الانتقالية (*Transition Zone*) حيث يتم خلالها انتقال الجريان من النظام الخطي إلى النظام المضطرب أو العكس، ويلاحظ هنا:

1) تتراوح قيمة عدد رينولدز ضمن المجال من ($Re_c = 2320 - 4000$)

2) عند جريان السائل عبر الأنابيب في المنطقة المذكورة وعند توفر بعض الشروط قد يظهر نظام الجريان المضطرب ويتسع ثم يختفي ليعود ويظهر من جديد لذلك تسمى هذه المنطقة منطقة الاضطراب المتغير. وقد وجد أنه من الأنسب ضم هذه المنطقة إلى مجال الجريان المضطرب.

المنطقة الثالثة: منطقة الجريان المضطرب (*Turbulent Flow Zone*) وتقع على يمين العمود (IV) وتنقسم هذه المنطقة بدورها إلى ثلاثة مجالات:

a) **مجال الجريان الناعم** (*Smooth Flow Zone*): يمثله على الشكل (4.12) المستقيم (II) ويلاحظ في هذا المجال مايلي:

1) يتناسب فاقد الضخ (h_L) طرداً والسرعة بأس ($m = 1,75$) ولايتعلق بالخشونة ذلك لأن جميع منحنيات العلاقة ($\lambda = f(\text{Re})$) تتحد في منحن واحد (أي أن ($\Delta_r = const$)).

2) إن كلاً من فاقد الضخ (h_L) والمقاومة الهيدروليكية (λ) يتعلقان فقط بعدد رينولدز وذلك حسب علاقة بلازيوس (5.47) أو براندل (5.46).

b) **مجال الاحتكاك المختلط** (*Mixed Flow Zone*): ويقع هذا المجال بين المستقيم (II) والخط (AB)، ويتضح من الشكل (5.12) أن (h_L) و(λ) في هذا المجال يتعلقان بعدد رينولدز وبالخشونة النسبية أي ($\lambda = f(\text{Re}, \Delta_r)$)

c) **مجال الجريان الخشن** (*Rough Flow Zone*) أو مجال المنطقة التربيعية للمقاومة: ويقع على يمين الخط (AB) ويتميز بما يلي:

1) يتناسب ضياع الضخ بالاحتكاك (h_L) طرداً ومربع السرعة ($m = 2$) في المعادلة (5.39).

2) لايتعلق معامل المقاومة الهيدروليكية بعدد رينولدز (جميع خطوط المنحنيات مستقيمة ومتوازية مع المحور الأفقي).

أخيراً، لابد من التنويه إلى أن نتائج نيكورادسي حول ضياع الضخ عند الجريانات الدفعية في الأنابيب الدائرية يمكن تعميمها على كافة أنواع التيارات (دفعية وغير دفعية). كما اتضح بعد أعمال نيكورادسي أنه عند إجراء أي نوع من الحسابات الهيدروليكية لاتوجد ضرورة للتمييز بين أشكال السوائل (كما جرى قديماً حيث افترضت معادلة لكل نوع من السوائل ماء، نفط، زيوت...الخ) لأن عدد رينولدز يأخذ بعين الاعتبار الصفات الفيزيائية للسائل.

5.5- الطرق العملية لتعيين معامل المقاومة الهيدروليكية (λ) في الأنابيب (مستديرة المقطع أو المربعة):

يتم التمييز عادة بين نوعين من الأنابيب الخشنة، الأولى التي لها خشونة متماثلة (كتلك التي عمل بها نيكورادسي) والثانية أنابيب لها خشونة غير متماثلة (النتوءات الداخلية غير المتماثلة في الشكل أو في الارتفاع، كما أن المسافة فيما بينها غير متساوية).

تصادف في الحياة العملية تلك الأنابيب التي تدعى بالأنابيب الصناعية ويوجد منها أنابيب بخشونة غير متماثلة وأخرى ناعمة.

5.5.1- حسابات الأنابيب الصناعية ذات الخشونة غير المتماثلة:

اعتماداً على تجاربه وعلى نتائج العديد من الباحثين فقد اقترح العالم كولبروك (*Colebrook*) عام (1938) من أجل هذه الأنابيب المعادلة التالية:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2,5}{\mathrm{Re}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\overline{\Delta}_r}{3,7}\right) \qquad (5.50)$$

حيث $\overline{\Delta}_r$: الخشونة النسبية المتوسطة لجدار الأنبوب (انظر العلاقة 5.49)، كما تدعى أحياناً بالخشونة المكافئة النسبية.

باستخدام المعادلة (5.50) تم الحصول على المخطط المبين في الشكل (5.13) الذي بواسطته يمكن تحديد قيمة المقاومة الهيدروليكية (λ) للأنابيب الصناعية وذلك في المناطق الثلاثة للجريان المضطرب.

ففي مجال المنطقة التربيعية للمقاومة تستخدم المعادلة (5.50) –بعد تبسيطها– بشكلها النهائي حيث تدعى معادلة براندل:

$$\lambda = \frac{0,25}{(\log \frac{\overline{\Delta}_r}{3,7})^2} \qquad (5.51)$$

عند حسابات الأنابيب الصناعية فإن الخشونة النسبية المتوسطة ($\overline{\Delta}_r$) تدل على متوسط ارتفاع النتوءات الداخلية، التي لا يمكن قياسها بالطرق العادية لذلك عند تعيينها يتبع مايلي: تتم دراسة المنطقة التربيعية للمقاومة تجريبياً وبعد ذلك وبمساعدة المعادلة (5.44) يتم تعيين معامل المقاومة الهيدروليكية (λ)،فيما بعد وبالاستعانة بالمعادلة (5.51) يتم حساب المعامل ($\overline{\Delta}$) الذي يدعى عند ذلك بالخشونة المكافئة (*Equivalent Roughness*)، وتتعلق هذه الخشونة بمايلي:

- نوعية مادة الأنبوب وطريقة صنعها.
- مدة استعمال الأنبوب.

بعد تحديد الخشونة المكافئة ($\overline{\Delta}$) يمكن باستعمال المعادلة (5.49) لتحديد الخشونة النسبية المكافئة ($\overline{\Delta}_r = \frac{\overline{\Delta}}{D}$)، ثم بالمعادلة (3.83) يتم تحديد (Re). وبعد معرفة كل من الخشونة النسبية المكافئة وعدد رينولدز يمكن إيجاد المقاومة الهيدروليكية (λ) من المخطط (5.13) أو من المعادلة (5.50).

اقترح العالم ألتشول معادلة أبسط من المعادلة (5.50) من أجل حساب المقاومة الهيدروليكية:

$$\lambda = 0{,}1 \cdot (1{,}46 \cdot \overline{\Delta}_r + \frac{100}{\text{Re}})^{0{,}25} \approx 0{,}11 \cdot (\overline{\Delta}_r + \frac{68}{\text{Re}})^{0{,}25} \qquad (5.52)$$

التي تؤول في المنطقة التربيعية للمقاومة لمعادلة شيفرنسون:

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \sqrt[4]{\overline{\Delta}_r} \qquad (5.53)$$

يمكن استخدام المعادلة (5.53) بدلاً من المعادلة (5.50) فقط عندما يكون ($\overline{\Delta}_r < 0{,}007$).

بشكل عام يلاحظ على الشكل (5.13) وجود منحنيين منقطين يحددان مناطق الجريان بالعلاقة مع عدد رينولدز كمايلي:

1) حالة الجريان الخطي (الصفحي) يقع الجريان في المجال المذكور عندما يتحقق الشرط التالي:

$$0 < \text{Re} \le 2320 \qquad (5.54)$$

ويحسب معامل المقاومة الهيدروليكية (λ) في هذا المجال من معادلة ستوكس:

($\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$).

2) حالة الجريان المضطرب (منطقة الجريان الناعم أو الأملس): يقع الجريان في المجال المذكور عندما يتحقق الشرط التالي:

$$4000 \le \text{Re} \le \frac{10}{\overline{\Delta}_r} \qquad (5.54)$$

ويحسب معامل المقاومة الهيدروليكية (λ) في هذا المجال من معادلة بلازيوس (5.47).

3) حالة الجريان المضطرب (مجال الاحتكاك المختلط): وذلك عندما يكون:

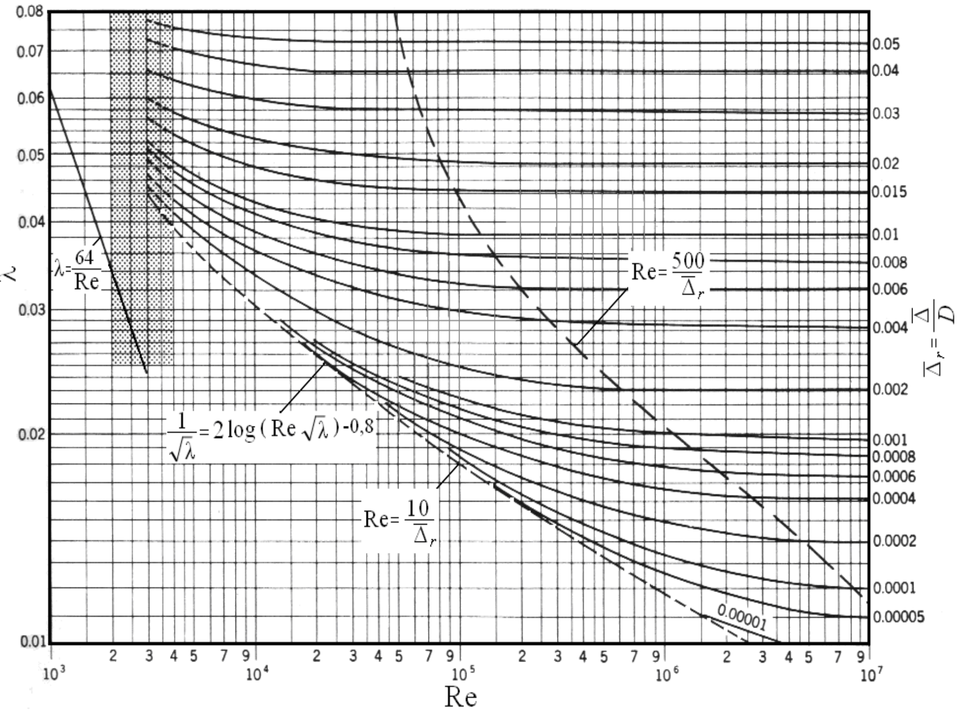
$$\frac{10}{\overline{\Delta}_r} \le \text{Re} \le \frac{500}{\overline{\Delta}_r} \qquad (5.55)$$

عند ذلك يتم حساب معامل المقاومة الهيدروليكية (λ) من معادلة ألتشول (5.52).

4) حالة الجريان المضطرب التام (المنطقة التربيعية للمقاومة): وذلك عندما يكون:

$$\mathrm{Re} \geq \frac{500}{\overline{\Delta}_r} \qquad (5.56)$$

وفي هذه الحالة تحسب المقاومة من معادلة شيفرنسون (5.53).



الشكل (5.13)، منحني كولبروك لتحديد (λ) في الأنابيب الدفعية.

ويبين الجدول (5.1) القيم العددية للخشونة المكافئة لبعض الأنابيب.

مادة وشكل الأنبوبة	حالة الأنبوبة	$\overline{\Delta}$ بالميللميترات، حدود التغير والقيّم المتوسطة.
أنابيب مصنوعة من الزجاج والمعادن غير الحديدية.	جديدة وملساء.	$\frac{0-0,002}{0,004}$
أنابيب مصنوعة من الصلب	جديدة ونظيفة.	$\frac{0,01-0,02}{0,014}$

بدون لحام.	بعد استخدامها لعدة سنوات.	$\frac{0,15-0,3}{0,2}$
أنابيب مصنوعة من الصلب وملحومة.	جديدة ونظيفة.	$\frac{0,03-0,1}{0,05}$
	صدئة بعض الشيء.	$\frac{0,3-0,7}{0,5}$
	قديمة وصدئة.	$\frac{0,8-1,5}{1}$
	صدئة بشدة أو ذات ترسبات كبيرة.	$\frac{2-4}{3}$
أنابيب مصنوعة من الحديد الزهر	جديدة مغطاة بالإسفلت.	$\frac{0-0,16}{0,12}$
	جديدة بدون طلاء.	$\frac{0,2-0,5}{0,3}$
	مستعملة.	$\frac{0,5-1,5}{1}$
	قديمة جداً.	*To* 3
أنابيب مصنوعة من الاسبتوس والإسمنت	جديدة.	$\frac{0,5-0,1}{0,085}$

الجدول (5.1).